ASECNA **EAMAC**

ANNALES
DES SUJETS DES CONCOURS DE RECRUTEMENT
DES ELEVES INGENIEURS DE LA NAVIGATION AERIENNE
ET DE LA METEOROLOGIE

1996 – 1998

MATHEMATIQUES
FRANCAIS
ANGLAIS
PHYSIQUE

ASECNA

ECOLE AFRICAINE DE LA METEOROLOGIE ET DE L'AVIATION CIVILE EAMAC

SUJETS DES

CONCOURS DE RECRUTEMENT DES ELEVES INGENIEURS DE LA NAVIGATION AERIENNE ET DES ELEVES INGENIEURS DE LA METEOROLOGIE

MATHEMATIQUES

AVRIL 1996

Exercice I : (5 pts)

Soit E un espace vectoriel euclidien de dimension 3 rapporté à une base orthonormée B = (i, j, k).
On désigne par L(E) l'espace vectoriel des applications linéaires de E dans E, par id_E l'application identique de E et par ρ l'élément de L(E) qui a pour matrice dans B :

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1) Montrer que ρ est une isométrie. Préciser ses caractéristiques géométriques.

2) Soit F le sous-espace vectoriel de L(E) engendré par les trois applications id_E , ρ, ρ^2. Quelle est la dimension de F?
F est-il stable par la composition des applications?

3) Soit D la droite vectorielle engendrée par le vecteur u = i + j + k.
Montrer que F contient toutes les rotations d'axes D. (Il pourra être utile de choisir une nouvelle base de E)

Exercice II : (5 pts)

a étant un réel strictement supérieur à 1, montrer que :

$$\iiint_k \frac{dudvdw}{\sqrt{u^2+v^2+(w-a)^2}} = \frac{4\pi}{3a} \qquad \text{avec } k = \left\{(u,v,w) \in R^3 / u^2+v^2+w^2 \le 1\right\}$$

Il pourra être commode de faire le changement de variable défini par :
$u = r\cos\theta\sin\lambda$, $v = r\sin\theta\sin\lambda$, $v = r\cos\lambda$.

On considère maintenant l'espace R^3 muni de la structure euclidienne définie par :
$\|(x,y,z)\| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

R^3 sera aussi considéré comme un espace affine sur lui-même, le vecteur nul étant choisi comme origine et noté O.

Soit $B = \left\{ M \in R^3 / \|OM\| \leq 1 \right\}$ et $\Omega = \left\{ M \in R^3 / \|OM\| > 1 \right\}$

pour tout point P de Ω on pose :

$V(P) = \iiint_B \frac{dxdydz}{\|MP\|}$ x,y et z désignant les coordonnées du point M qui décrit B.

2) Soit $P \in \Omega$ et Po le point de coordonnées $(0,0,\|OP\|)$.
Montrer que V(P) = V(Po) et calculer V(Po).

3) Calculer W = grad V et div W

<u>Exercice III :</u> (5 pts)

1) On considère l'application F : $[-\pi,\pi] \to R$ définie par :

F(x) $= \cos(x + \frac{\pi}{4})$ si $\pi \leq x \leq 0$
F(x) $= \sin(x + \frac{\pi}{4})$ si $0 \leq x \leq \pi$

Montrer que F est paire
F est-elle dérivable sur $[-\pi,\pi]$?
Tracer la courbe représentative de F.

2) Soit f l'applicationde R dans R, périodique de période 2π , dont F est la restriction à $[-\pi,\pi]$.
On désigne par $U_n(x) = a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)$ le terme général de la série de Fourier f.
Calculer les coefficients a_n et b_n.(on distinguera soigneusement les différents cas)
quelle est la somme de la série de Fourier de f ?

<u>Exercice IV:</u> (5 pts)

On considère l'équation différentielle du second ordre :
(E) $xy''(x) + xy'(x) - xy(x) = 0$

On cherche les solutions développables en série entière. On pose $y = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$

1) Former une relation de récurrence entre les coefficients. Exprimer a_n en fonction de n.

2) Calculer le domaine de convergence de ces séries.

****

<u>SEPTEMBRE 1996</u>

Exercice 1: (10 points)

E un espace vectoriel euclidien de dimension n.
B= (e1,e2,...........en) est une base de E.

1) On définit sur E un ensemble de n vecteurs :

$V_m = \sum_{j=1}^{n} \sin(\frac{mj\pi}{n+1}) ej$ où $m \in \mathrm{N}, 1 \leq m \leq n$

a) h désignant un nombre réel, on pose : $C_n(h) = \sum_{j=1}^{n} \cos(jh)$

En utilisant une somme d'exponentielles complexes, déterminer la valeur de Cn(h) dans les deux cas particuliers suivants :

- $h = \frac{2m\pi}{n+1}$
- $h = \frac{(2m-1)\pi}{n+1}$

avec $m \in \mathrm{N}, 1 \leq m \leq n$

b) Calculer $\|V_m\|$, norme euclidienne du vecteur Vm.

c) On définit sur E l'ensemble des n vecteurs : $\varepsilon_m = \frac{V_m}{\|V_m\|}$

Soit $B' = (\varepsilon_1, \varepsilon_2 ....\varepsilon_n)$.

Montrer que B' est une base orthonormée de E.

2) Soit P la matrice de passage de B vers B'.

a) Quelle est la matrice transposée de P ? Quelle est la matrice inverse de P ?

b) Soit U un vecteur de E. On pose :

$$U = \sum_{j=1}^{n} x_j e_j = \sum_{j=1}^{n} y_j e_j ; X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ x_n \end{bmatrix} ; Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ . \\ y_n \end{bmatrix}$$

Calculer X enfonction de Y et P.

Calculer Y en fonction de X et P.

3) On complète l'ensemble des n vecteurs (e1, ..., en) en posant, par définition,:
$e_0 = 0$ et $e_{n+1} = 0$.

Soit f l'endomorphisme de E défini par :
$f(e_j) = \frac{1}{2}\left[e_{j-1} + e_{j+1}\right]$ avec $1 \leq j \leq n$

a) Ecrire M(f, B) matrice associée à f dans la base B.

b) Calculer les composantes du vecteur f(Vm) ($1 \leq j \leq n$) sur la base B. Endéduire que Vm est vecteur propre de f et donner la valeur propre correspondante.

c) Ecrire M(f, B') matrice associée à f dans la base B'.

d) l'endomorphisme f est-il un endomorphisme de E ? (On discutera suivant les valeurs de n).

Exercice 2 : (5 points)

1) On considère la série numérique de terme général : $U_n = \frac{\cos nx}{2^n}$.

On désigne par Sn la somme partielle d'ordre n.

a) Montrer que la série est convergente.

b) Déterminer sa somme en utilisant une expression de Sn.

2) Pour tout entier $n \geq 0$ on considère la fonction $f_n : x \to (x \sin x)e^{-nx}$

a) Pour quelles valeurs de n l'intégrale $I_n = \int_0^{+\infty} f_n(x)dx$ est-elle convergente ?

b) Calculer In et étudier la convergence de la série de terme général In.

Exercice 3 : (5 points)

On considère l'équation différentielle (E) :

(E) $(1-x^2)y'' - 2xy' + \alpha y = 0$

où y est fonction réelle inconnue, 2 fois continûment dérivable, de la variable réelle x, et α une constante.
On impose la condition supplémentaire $y(0) = 1$ et $y'(0) = 0$ et on cherche les solutions de (E) développables en série entière.

1) Ecrire la relation de récurrrence permettant de déterminer les coefficients des séries entières solutions de (E) (que l'on ne cherche pas à calculer explicitement) et vérifier qu'il y a unicité de la solution.

2) Dans le cas où α n'est pas de la forme $\alpha = \frac{2k}{2k+1}, k \in \mathrm{N}$, déterminer le rayon de convergence.

****

<u>AVRIL 1997</u>

<u>Première Partie:</u>

Exercice 1 (5 points)

1) L'intégrale: $\int_0^{\infty} (\sqrt{1+x^2} - \sqrt[3]{1+x^3})dx$ est elle convergente?

2) Avec $\varphi(x) = x.e^{-x}$, étudier la convergence des 3 séries numériques:

$$u_n = \varphi(n)\ ,\ v_n = \varphi(-n)\ ,\ w_n = \varphi\left(\frac{1}{n}\right).$$

En cas de convergence, calculer la Somme.

3) Discuter suivant les valeurs du réel α la convergence de la série numérique de terme général:

$$u_n = \left(1 - \alpha.\frac{\log n}{n}\right)$$

Exercice 2: (5 points)

1) Intégrer l'équation différentielle (1): $(x^2-y^2)y'=2xy$.

2) Le plan affine euclidien étant rapporté à un repère orthonormé, indiquer la nature géométrique des courbes intégrales de (1).

3) On appelle Γ la courbe intégrale passant par le point de coordonnées x=1 et y=1.
Déterminer le réel $b \in [0,1]$ de façon à ce que la plus petite des aires limitées par Γ et la droite y=b soit égale à 1.
On donnera de b, une valeur approchée à 10^{-2} près.

Deuxième partie:

Exercice 1: (7 points)

On considère l'ensemble E des matrices de la forme $\begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix}$, où a,b,c appartiennent à R avec $a^2+bc>0$.

On pose $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $\delta = \sqrt{a^2 + bc}$

Pour $A \in E$, on note U_A, l'endomorphisme de R^2 dont la matrice dans la base canonique est A.

1) Pour $A \in E$ et $n \in N$ calculer A^n (On pourra l'exprimer à l'aide de A,I,n et δ).

2) On forme les sommes: $S_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{A^{2k+1}}{(2k+1)!}$ et $C_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{A^{2k}}{(2k)!}$ (avec 0!=1).

Montrerque S_n et C_n peuvent s'écrire sous la forme:
$S_n = X.U_n$ et $C_n = Y.V_n$ où X et Y sont des matrices et U_n et V_n les termes généraux de 2 suites numériques que l'on précisera.

3) On désigne par F, le sous ensemble de E constitué des matrices A telle que U_A ait pour valeurs propres:

$$\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$$

Montrer que les matrices de F sont de la forme $\lambda.Z$, λ étant un réel non nul et Z une matrice que l'on précisera .

4) E et F sont ils des sous-espaces vectoriels de l'espace vectoriel des matrices carrées d'ordre 2 à coefficients réels ?

Exercice 2 (3 points)

1) Déterminer les racines réelles du polynôme $P(x)=x^6-14x^4+49x^2-36$.

2) Décomposez en éléments simples sur R, la fraction rationnelle:

$$F(X) = \frac{-12X}{x^6 - 14X^4 + 49X^2 - 36}$$

****

SEPTEMBRE 1997

I- soit *f* la fonction définie par $f(x) = \frac{x}{x-1}\sqrt{x^2+1}$ et (C) la courbe représentative de *f* dans un repère orthonormé.

1°) a°) Déterminer le développement limité d'ordre 2 de *f* au voisinage de 0.
b°) en déduire l'équation de la tangente D à (C) au point d'abscisse 0, et la position de (C) par rapport à D au voisinage de 0.

2°) On pose $X = \frac{1}{x}$ et $g(X) = f\left(\frac{1}{X}\right)$
a°) Déterminer le développement limité d'ordre 2 de $|X|g(X)$ au voisinage de 0.
b°) Déterminer 3 réels a, b et c tels qu'au voisinage de $+\infty$ $f(x) = ax + b + \frac{1}{x} + O\left(\frac{1}{x}\right)$.

c°) Montrer que (C) admet au voisinage de $+\infty$ une asymptote Δ_1 dont on donnera l'équation. Etudier la position de (C) par rapport à Δ_1 au voisinage de $+\infty$.

d°) Montrer que (C) admet au voisinage de $-\infty$ une asymptote Δ_2 dont on donnera l'équation. Etudier la position de (C) par rapport à Δ_2 au voisinage de $-\infty$.

II- 1°) Démontrer la convergence de $I=\int_0^{+\infty}\frac{dx}{1+x^2}$ et calculer *I* à l'aide d'un changement de variable.

2°) Démontrer la convergence de $J=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{(1+t^2)(1+|t|^{n^2})}dt$ où $n\in N$ et calculer J à l'aide du changement de variable défini par $t=\frac{1}{u}$ effectué dans $\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{(1+t^2)(1+|t|^{n^2})}dt$.

III- Soit a un élément de [-4,+2] et (u_n) la suite définie par $u_0=a$ et $u_{n+1}=1-\frac{2}{3}\sqrt{-u_n^2-2u_n+8}$

1°) Etudier la suite (u_n) à partir de l'étude de la fonction $f(x)=1-\frac{2}{3}\sqrt{-x^2-2x+8}$.

2°) Quelle est la nature de la série de terme générale $v_n=1+u_n$.

IV- 1°) soit $\overrightarrow{e'_1}=(4,-3,-2),\overrightarrow{e'_2}=(4,0,-1),\overrightarrow{e'_3}=(2,1,0)$. Montrer que $(\overrightarrow{e'_1},\overrightarrow{e'_2},\overrightarrow{e'_3})$ est une base de R^3. Donner la matrice de passage de la base canonique $(\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2},\overrightarrow{e_3})$ à la base $(\overrightarrow{e'_1},\overrightarrow{e'_2},\overrightarrow{e'_3})$, ainsi que la matrice de passage de la base $(\overrightarrow{e'_1},\overrightarrow{e'_2},\overrightarrow{e'_3})$ à la base $(\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2},\overrightarrow{e_3})$

2°) Soit $\overrightarrow{e_1}=(1,0,0),\overrightarrow{e_2}=(1,-1,0),\overrightarrow{e_3}=(1,1,1)$, $\overrightarrow{f_1}=(0,1,1),\overrightarrow{f_2}=(1,0,1),\overrightarrow{f_3}=(1,1,0)$. Monter que $(\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2},\overrightarrow{e_3})$ et $(\overrightarrow{f_1},\overrightarrow{f_2},\overrightarrow{f_3})$ sont des bases de R^3 et donner la matrice de passage de l'une à l'autre.

MARS 1998

EXERCICE 1

Résoudre les deux équations différentielles

$y'' + 2y' + 2y = 0$

$y'' + 4y' + 4y = 2.e^{-x} \cos x$

On constatera qu'elles ont une solution commune que l'on notera f

2) On considère la série numérique de terme général

$$u_n = \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} f(x).dx$$

Montrer qu'elle est convergente et calculer sa somme.

3) On considère l'équation $f(x) = \frac{1}{4}$. Montrer qu'elle possède deux racines positives. Soit α la plus petite de ces deux racines.
Calculer α avec une erreur inférieure à 10^{-4}.

On indiquera la méthode employée.

EXERCICE 2

Soit f l'application de $]0,+\infty[$ dans R définie par :

$$f(x) = \left(\frac{x}{1 + x}\right)^{x}$$

1) Etudier le signe de la dérivée seconde de $\ln f(x)$ (In désigne le logarithme népérien). En déduire que f est décroissante.
Etudier les limites de $f(x)$ quand $x \to 0$ et quand $x \to +\infty$.

2) Soit la série de terme général $u_n = [f(n)]^n$, $n \geq 1$.
Etudier la convergence de cette série.

EXERCICE 3

On définit trois applications de R dans R, u, v, w par :

$$u(x) = \int \frac{e^{-x.(1+t^2)}}{1 + t^2}.dt$$

$$v(x) = u(x^2)$$

$$w(x) = \left(\int_0^x e^{-t^2}.dt\right)^2$$

1°) Former $u(x+h) - u(x)$ (on ne cherchera pas à calculer les intégrales).
Montrer, en utilisant la formule de Taylor, que, pour $h \in [-1,1]$ et $t \in [0,1]$:
$e^{-h.(1+t^2)} = 1 - h.(1+t^2) + h^2.\theta(t,h)$, avec $|\theta(t, h)| \leq 2.e^2$

2°) En déduire que u est dérivable sur R et exprimer $u'(x)$ sous la forme d'intégrale.

3°) Montrer que v et w sont dérivables.
Montrer que $v' + w' = 0$
Calculer $v(0) + w(0)$

4°) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} v(x)$

Justifier la convergence de l'intégrale $\mathrm{I} = \int_0^{+\infty} e^{-t^2}.dt$

Déduire de ce qui précède la valeur de ✋

EXERCICE 4

E est un espace affine euclidien orienté de dimension 3, rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$. On définit sur F un champ vectoriel $\vec{v}$: à tout point M de E tel que $\overrightarrow{OM} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$, on fait correspondre le vecteur $\vec{v}(M) = x^{n+1}.\vec{i} + \left(y - 3yx^{n}\right).\vec{j} - z.\vec{k}$ avec $n \in \mathbb{N}$.

1°) Déterminer n de telle sorte que le champ $\vec{v}$ dérive d'un potentiel vecteur $\vec{w}$. La valeur n ainsi trouvée est conservée dans cette première question.
Déterminer un potentiel vecteur de $\vec{v}$; on prendra sa coordonnée par $\vec{k}$ nulle.
Comment, ayant un potentiel vecteur particulier de $\vec{v}$, obtient-on tous ses autres potentiels vecteurs ?
Soit C la circulation d'un potentiel vecteur $\vec{w}$ de $\vec{v}$ le long d'un cercle d'axe $\left(O, \vec{k}\right)$ dont on se donnera les éléments. Remplacer cette circulation par un flux et la calculer.

2°) n étant un entier positif quelconque, trouver une fonction A de la variable x telle que le champ de vecteur défini sur E par $\vec{H} = \vec{v} - \overrightarrow{\text{gradA}}$ dérive d'un potentiel vecteur.
Soit D le pavé de E défini par les inégalités :

$$x_1 \le x \le x_2 \qquad y_1 \le y \le y_2 \qquad z_1 \le z \le z_2$$

Soit Σ la surface frontière de D. Pour chacune des six faces planes rectangulaires constituant Σ, le vecteur unitaire de la normale orientée est dirigé vers l'extérieur de D.
Calculer le flux φ de $\vec{v}$ à travers Σ.

****

MARS 1998 II

Exercice 1

1) Soit h l'application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par $h(x) = \sin x$
Déterminer le développement en série de Fourrier de h.
Montrer que la série trouvée est normalement convergente.

2) On donne deux réels α et β ($\alpha < \beta$). Soit F une application de $[\alpha, \beta]$ dans R, continue et à dérivée première continue.

On pose $m = \sup\limits_{x \in [\alpha, \beta]} |F(x)|$ et $m' = \sup\limits_{x \in [\alpha, \beta]} |F'(x)|$

μ étant un réel strictement positif, soit

$$I(\mu) = \int_\alpha^\beta F(x) \cos \mu x.dx$$

Trouver, pour $|I(\mu)|$, un majorant de la forme :

$$|I(\mu)| \leq \frac{k}{\mu}$$

où *k* est un réel qui s'exprime à l'aide de *m*, m', α et β.

3) Soit $J(\lambda) = \int_\alpha^\beta F(x).|\sin x|.dx$ où $\lambda \in$ R

Etudier la limite de $J(\lambda)$ quand $\lambda \to \infty$

Exercice 2

On considère l'équation différentielle :

$$(E) \quad y'' + 2y' + y = f$$

ou y est la fonction inconnue et f est la fonction définie sur ### par :

$$f(x) = 0 \text{ si } x \leq 0$$
$$f(x) = 1 - e^{-x} \text{ si } x > 0$$

1) Intégrer (E) sur chacun des intervalles $]-\infty;0[$ et $]0;+\infty[$

2) Soit $m \in$ R. Démontrer que (E) a, sur R, une solution y_m et une seule telle que $y_m(0) = 0$ et $y'_m(0) = m$.
On déterminera effectivement y_m.

3) Montrer que y_m admet un développement limité à l'ordre 2, au voisinage de $x = 0$, suivant les puissances de x. Ecrire ce développement. Existe-t-il un développement limité de y_m (toujours au voisinage de $x = 0$ et suivant les puissances de x) à un ordre supérieur à 2 ?

4)

Exercice 3

E est un espace affine euclidien orienté de dimension 3, rapporté au repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ orthonormé direct.
a est une constante réelle donnée strictement positive.

On définit sur E un champ vectoriel $\vec{v}$: à tout point M de E tel que $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ on fait correspondre le vecteur :

$\vec{v}(M) = (ax + yz)\vec{i} + (ay + zx)\vec{j} + (az + xy)\vec{k}$

On définit les ensembles :

$\Sigma_1 = \{M(x, y, z) \in E \ / \ z = 2a, \ x^2 + y^2 \le 4a^2\}$

$\Sigma_2 = \{M(x, y, z) \in E \ / \ 2az = x^2 + y^2, z \le 2a\}$

$\Delta = \{M(x, y, z) \in E \ / \ x^2 + y^2 \le 2az \le 4a^2\}$

Σ_1 et Σ_2 sont des morceaux de surfaces orientés : leur normale orientée est dirigée vers l'extérieur de Δ

1°) Calculer l'aire de Σ_2.

2°) Calculer le flux de $\vec{v}$ à travers Σ_2.

3°) Calculer $\operatorname{div} \vec{v}$ ainsi que le volume de Δ.
En déduire le flux $\vec{v}$ de à travers Σ_2.

4°) Montrer que le champ $\vec{v}$ dérive d'un potentiel scalaire.
Déterminer le potentiel scalaire de $\vec{v}$.

Exercice 4

Dans le plan euclidien rapporté à un repère orthonormé, on considère le cercle C d'équation $x^2 + y^2 - x = 0$ et le domaine D limité par C.

1°) Transformer l'intégrale curviligne :

$\int (3x^5 + 15xy^4).dx - 10x^2y^3.dx$

prise le long de C dans le sens direct en une intégrale double étendue dans D.
Calculer cette intégrale double.

2°) Que devient le cercle C dans la transformation géométrique qui, au point m d'affixe $z = x + iy$, fait correspondre le point M d'affixe

$Z = \dfrac{3z - 2}{z - 1}$?

****

<u>AOUT 1998 I</u>

I – 1°) Montrer que la matrice

$$A = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

est celle d'une rotation dans l'espace euclidien $\mathbb{R}^3$ rapporté à sa base canonique. Déterminer l'axe et l'angle de rotation.

2°) Déterminer tous les endomorphismes orthogonaux de l'espace euclidien $\mathbb{R}^3$ rapporté à sa base canonique.

II – Soit $C^{\infty}(\mathbb{R},\mathbb{R})$ l'espace vectoriel des fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ qui sont indéfiniment différentiables (=dérivables). Soient $u, v \in C^{\infty}(\mathbb{R},\mathbb{R})$.

On pose $[u,v] = u' \bullet v - u \bullet v'$

1°) Montrer que [u,v] est bilinéaire, antisymétrique et que :

$$[[u,v],w] + [[w,u],v] + [[v,w],u] \equiv 0, \quad \forall\, u, v, w \in C^{\infty}(\mathbb{R},\mathbb{R})$$

2°) Soient $a, b \in C^{\infty}(\mathbb{R},\mathbb{R})$. Désignons par S l'espace des solutions de l'équation différentielle

$$Y''' + a.Y' + b.Y = 0$$

Comment choisir a et b pour que $u,v \in S$ entraîne $[u,v] \in S$

III - 1°) Comment choisir $p \in \mathbb{R}$ pour que $\Gamma(p) = \int_0^{+\infty} x^{p+1} e^{-x} dx$ ait un sens

2°) Prouver la formule d'intégration par parties. L'utiliser pour montrer que

$$\Gamma(p+1) = p\Gamma(p)$$

En déduire que $\Gamma(n+1) = n! \quad , \forall n \in \mathbb{N}$

3°) Soient maintenant A et B deux nombres réels strictement positifs dont le produit AB est constant. Montrer que A + B est minimum si A = B.

4°) Soient f et g deux fonctions réglées définies sur [a,b], a<b et à valeurs réelles.

Evaluer $I = \int_a^b \left[kf(x) \pm \frac{1}{k} g(x) \right]^2 dx \quad$,où k>0.

En déduire que :

$$\left|\int_a^b f(x)g(x)dx\right|^2 \leq \int_a^b f^2(x)dx.\int_a^b g^2(x)dx$$

Etudier le cas limité.

N.B. : $f^2(x) = (f(x))^2$
$g^2(x) = (g(x))^2$

****

AOUT 1998 II

I – Déterminer suivant les valeurs du paramètre réel a, la nature de la conique d'équation :

$$x^2 + 2axy + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$$

Réduire celle-ci à sa forme canonique dans le cas d'une véritable conique.

II – 1°) Résoudre $x'(t) = A(t).x(t) + B(t)$, où

$$A(t) = \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{t\left(t^2+1\right)} & \dfrac{1}{t^2\left(t^2+1\right)} \\ \dfrac{-t^2}{t^2+1} & \dfrac{2t^2+1}{t\left(t^2+1\right)} \end{bmatrix} \quad ; \quad B(t) = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{t} \\ 1 \end{bmatrix}$$

2°) Soit $C^{\infty}(\mathbb{R},\mathbb{R})$ l'espace des fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ qui sont indéfiniment différentiables (=dérivables). Soient a, b, c $\in C^{\infty}(\mathbb{R},\mathbb{R})$, a $\neq$ 0.

i) Montrer que l'on peut ramener l'équation
$a.y'' + b.y' + c.y = 0$
à la forme canonique $2y'' + p.y = 0$ où $p \in C^{\infty}(\mathbb{R},\mathbb{R})$.

ii) Soit T l'espace des solutions de l'équation $2y'' + p.y = 0$
Montrer que si u, v $\in$ T alors $(u \bullet v)$ est une solution de l'équation $y''' + 2p.y' + p'.y = 0$
En déduire qu'une base de l'espace S des solutions de

$y''' + 2p.y' + p'.y = 0$ est formée de u^2, uv, v^2 où $u, v \in T$

III – Montrer que si f est une fonction continue définie dans [a,b], et si φ est une fonction continûment différentiable sur $[c,d] \subset R$ et telle que $\varphi([c,d]) \subset [a,b]$, alors

$$\forall \alpha, \beta \in [c,d], \text{ on a : } \quad \int_{\alpha}^{\beta} f(\varphi(t))\varphi'(t)dt = \int_{\varphi(\alpha)}^{\varphi(\beta)} f(x)dx$$

calculer l'intégrale

$$J(r) = \int_0^{2\pi} \mathrm{Log}\left(r^2 - 2r.\cos t + 1\right)dt \quad , \forall r \in R$$

****

IV – Soit $f : [0,+\infty] \longrightarrow R$, une fonction continûment différentiable (=dérivable) telle que f(0) = 0 et $0 \le f'(x) \le 1$, $\forall x > 0$.
Montrer que

$$\left(\int_0^x f(t)dt\right)^2 \ge \int_0^x (f(t))^3 \, dt \quad , \forall x \ge 0$$

Etudier le cas limite.

****

ASECNA

ECOLE AFRICAINE DE LA METEOROLOGIE ET DE L'AVIATION CIVILE EAMAC

SUJETS DES CONCOURS DE RECRUTEMENT DES ELEVES INGENIEURS DE LA NAVIGATION AERIENNE ET DES ELEVES INGENIEURS DE LA METEOROLOGIE

FRANCAIS

MARS 1996

Montrer l’importance de la technologie dans le développement d’un état.

****

MARS 1997

Quelles sont à votre avis les règles indispensables au bon fonctionnement d’une société ?

****

SEPTEMBRE 1997

Selon Albert Jacquard, les différences entre les divers groupes humains doivent être « la source d’un enrichissement ».
Expliquez et commentez cette affirmation.

****

AVRIL 1998   I

« On intéresse davantage les gens en leur montrant ce qui est marginal, spectaculaire, qu’en leur présentant les banalités de la vie courante. »

Vous vous interrogerez sur les causes de cet état d’esprit des média et vous chercherez à en mesurer les conséquences.

****

AVRIL 1998 II

RESUME DE TEXTE

L'ERREUR RETROUVEE

Lorsque CHRISTOPHE COLOMB, abordant l'Amérique, crut être en Inde il se trompait. Pourtant cette erreur qui allait être une des plus grandes découvertes de l'homme occidental avait été commise au nom d'une idée vraie : que la terre était ronde. Ainsi la vérité et l'erreur se trouvent indissociablement mêlées dans toute activité de l'esprit. La vérité naît de l'erreur. Elle se nourrit de sa réfutation. Elle n'existerait pas sans elle.

Et pourtant l'erreur a mauvaise presse. Au lieu de lui être reconnaissant de ses vertus négatives, on cherche à la refouler, à la nier. On oublie que s'il faut chercher à l'éliminer, c'est pour lui permettre de renaître. Et cela indéfiniment.

L'erreur la plus scandaleuse, la plus terrifiante parce qu'apparemment sans recours, est celle qui se situe au sein même de la nature. Erreurs génétiques dans la différenciation cellulaire, qui aboutissent aux enfants mort-nés ou malformés. Errances de l'esprit qui mènent au délire. Le monstre et le fou sont perçus comme des signes de malédiction, des châtiments du ciel. Ils sont le prix que l'homme doit payer pour l'achèvement miraculeux que représente son existence. Ils sont la rançon de sa perfection.

Si la nature se trompe, que sera-ce alors de l'homme. Le spectre de l'erreur le hante. Il consacre à la traquer l'essentiel de son génie. Car l'erreur est synonyme de mort. Mort physique ou spirituelle. L'erreur de diagnostic est la négation de la médecine. L'erreur judiciaire celle du droit. Des efforts immenses, jamais entièrement satisfaisants mais toujours recommencés, sont consentis pour les éviter. On multiplie les contrôles, les expertises contradictoires, les vérifications instrumentales, les possibilités d'appel. Une seule erreur ruine la crédibilité d'une institution ou d'une théorie, efface des milliers de réussites. L'homme ne pardonne pas à l'homme de se tromper.

L'erreur peut être matérielle, provenir de l'inattention ou de l'excès d'attention ou encore d'une mauvaise perception de la réalité. Elle peut, dans ce cas, avoir des conséquences fâcheuses, mais aisément repérables et donc sanctionnables. Plus grave et plus complexe est l’erreur fréquente qui provient d’un mauvais choix entre plusieurs solutions théoriques. L’informaticien qui ne sélectionne pas le bon modèle, le médecin qui se trope de stratégie thérapeutique, le juriste qui n’applique pas la bonne règle de droit mettent en mouvement des mécanismes qui pourront avoir leur propre cohérence interne et donc fonctionner mais qui aboutiront à l’inverse du résultat espéré. Ils auront créé des systèmes fous. Ainsi l’être humain, qui est capable de mettre au point les montages les plus affinés et les plus audacieux, peut aussi les transformer en machines à détruire.

Cette hantise de l’erreur fatale, le déploiement d’énergie constamment prodigué pour l’éliminer, engendrent la recherche mytrique d’un univers aseptisé, définitivement débarrassé de tout risque d’échec. Un univers sans ombre et sans faille, où les actions seraient scrupuleusement conformes aux intentions, où rien ne viendrait contrarier la réalisation de la vérité programmée. Ce monde informatisé qui est celui de l’intelligence artificielle n’est évidemment pas du ressort de l’humain. Et pourtant son aveuglante pureté ne cesse de fasciner. C’est elle qui produit les déviations totalitaires, les tentations dogmatiques. La cristallisation d’idées justes en vérités définitives est la conséquence directe de ce désir insensé de régler définitivement son compte à l’erreur.

La science, comme la politique, connaît bien cette tentation d’arrêter définitivement le cours de la pensée, de rejeter à jamais toute velléité de réfutation, pour s’installer dans le calme glaciaire de la vérité absolue. Oubliant par là-même que la vérité n’est pas la réalité mais une construction de l’homme, une interprétation du monde, et qu’elle ne prend son sens que par rapport aux circonstances objectives, historiques et culturelles qui ont présidé à sa production.

Les grands systèmes conçus par l’homme ne tiennent debout que dans la mesure où ils ne perdent pas de vue cette dimension et où ils laissent en leur sein une place pour l’erreur éventuelle. Ainsi le droit qui mobilise tant d’ingéniosité pour éviter l’erreur, l’intègre en fait dans son raisonnement en admettant un certain nombre de fictions et en acceptant la notion de présomption.

De même le raisonnement scientifique s’intéresse moins à la question de savoir si telle théorie est vraie dans l’absolu que de vérifier son caractère opérationnel pour résoudre une série déterminée de problèmes. Une théorie n’est pas vraie en soi. Elle l’est tant qu’elle fonctionne et qu’on ne peut pas démontrer sa fausseté.

FREDERIC GAUSSEN, Le Monde Décembre 1981

Vous résumerez le texte au quart de sa longueur et vous choisirez une idée importante que vous discuterez après exposé le point de vue de l'auteur.

****

AOUT 1998 I

SYNTHESE DE DOCUMENTS

Document 1

Quelques pour cent d'ozone en moins autour de la Terre signifient beaucoup plus d'ultraviolets qui passent. Lesquels provoqueraient une augmentation du nombre de cancers de la peau : de 10% pour un e perte de 5% de la couche d'ozone atmosphérique, soit 10.000 décès supplémentaires dans le monde (chaque année, 100.000 personnes meurent de cancer de la peau).

Les U.V. entraîneraient aussi une hausse des lésions oculaires et un affaiblissement de notre système immunitaire. La flore serait également touchée : on craint une oxydation accélérée des cellules végétales, entraînant une diminution de la photosynthèse, donc un ralentissement de la croissance. Les arbres et l'herbe seraient les plus affectés. Les algues et le plancton marin seraient en grande partie détruits, bouleversant toute l'écologie marine. Une diminution de l'ozone aurait enfin une incidence sur les températures, c'est à dire sur la circulation de l'air atmosphérique et donc sur le climat de la terre.

Ca m'intéresse n°89, juillet 1988

Document 2

[…] Ainsi mis à l'œuvre sue les molécules nobles de la matière vivante, les effets destructeurs des ultraviolets pourraient être incommensurables. A commencer, chez l'homme, par une multiplication foudroyante des cancers de la peau et une baisse des défenses immunitaires. Et avec des conséquences plus graves encore pour la survie de la planète, telle l'inhibition du développement et de la reproduction des végétaux et des micro-organismes, seuls capables de fabriquer les «briques» élémentaires de la vie (les acides aminés) à partir des éléments naturels.
Certes, si le bouclier protecteur devait s'user jusqu'à la trame, une sélection génétique se produirait peut-être dans les écosystèmes naturels. Mais cette hypothèse, dans l 'état actuel des connaissances, ne convainc guère l'ensemble des scientifiques. « Le pari consistant à miser sur la faculté d'adaptation biologique à une évolution lente du système paraît aujourd'hui quelque peu audacieux », estime ainsi Gérard Megie, l'un des principaux spécialistes français de l'ozone, chercheur au service d'aéronomie C.N.R.S de Verrière-le-Buisson. En tout état de cause, ces mutations s'accompagneraient selon lui d'une diminution drastique du nombre des espèces, «conduisant à un appauvrissement de la diversité biologique, à la réduction de la productivité végétale et au bouleversement des chaînes alimentaires».
Tableau sinistre, on le voit. Et qui plus est incomplet. Car les scientifiques, hélas !, doivent également affronter des préoccupations plus terre à terre. Si 90% des molécules d'ozone se complaisent dans les hauteurs de la stratosphère (de 12 à 14 km d'altitude), les 10% restants, en effet, ne dépassent pas la limite supérieure de la troposphère (8 à 17 km selon la latitude). Où ce «super-oxygène» joue également, on l'oublie trop souvent, un rôle essentiel pour l'écologie de la planète.
Or contrairement à ce que l'on observe quelques kilomètres plus haut, la teneur en ozone dans les basses couches de l'atmosphère ne cesse d'augmenter depuis le début du siècle. […]
Plus alarmante à long terme, l'élévation du taux d'ozone dans les basses couches de l'atmosphère, associée à celle du gaz carbonique (dont la teneur, depuis le début de la révolution industrielle, a augmenté de 25%), contribue à retenir le rayonnement infrarouge émis par la Terre. C'est le fameux «effet de serre», auquel les climatologues attribuent dès le prochain demi-siècle une élévation globale de la température de plusieurs degrés au sol.
Bagatelle ? Loin s'en faut. Le thermomètre planétaire en hausse, ne serait-ce que de quelques degrés, cela signifie à court terme la diminut ion des surfaces enneigées dans les hautes latitudes de l'hémisphère Nord et la disparition plus ou moins importante de la banquise de l'océan

Arctique. Ainsi qu'une dilatation thermique des océans qui, même légère, entraînerait à son tour une remontée du niveau des mers.
Cela suppose aussi une nouvelle chorégraphie pour le ballet des masses d'air qui font régner la pluie et le beau temps sur les différentes régions du globe, bouleversant ainsi durablement l'échiquier de la production agricole et des ressources en eau…

Catherine Vincent.
Le bouclier de la vie, Le monde, 11-1-1989

1°) Rédigez une introduction dans laquelle vous présentez le dossier (documents I et II)

2°) Observez les différentes informations fournies par les deux documents puis rédigez un texte de synthèse contenant les idées les plus essentielles du dossier.

3°) Faites une conclusion dans laquelle vous donnez votre avis sur les deux documents.

****

AOUT 1998 II

COMMENTAIRE

Les mensonges de l'intelligence artificielle.

La grande nouveauté – de vocabulaire – depuis deux ou trois ans est bien entendu l'intelligence artificielle, dont on nous rebat les oreilles pour deux raisons. D'abord, et c'est peut être le moins grave, pour des raisons commerciales. Ce terme semble conférer automatiquement une qualité et une puissance mythique à des programmes d'ordinateur, un peu plus évolués peut être que ce qu'ils étaient il y a dix ou quinze ans, et les faire passer pour ce qu'ils ne sont pas dans le but de les vendre plus cher. C'est l'enveloppe marketing qui donne confiance, exactement de la même manière qu'à une époque les lessives devaient toutes avoir des enzymes gloutons. L'autre raison, c'est qu'il semble plus que jamais que nos contemporains ont besoin de croire en une puissance supérieure qui ne se tromperait jamais, qu'on ne prendrait jamais en défaut et qui, ultimement, prendrait les décisions difficiles à leur place.

Or cela ne devrait normalement ne donner lieu à aucune sorte de débat tant c’est évident ; il ne peut y avoir d’intelligence qui soit artificielle. Le propre même de l’ordinateur est qu’il est purement mécaniste, qu’il ne sait pas créer, mais simplement répéter, à plus ou moins bon escient, ce qu’on lui a dit auparavant et qu’il a conservé dans un coin de sa mémoire – mémoire prodigieuse, mais mémoire mécaniste. Les deux termes intelligence et artificielle sont complètement antithétiques. Cela devrait sauter aux yeux de tout un chacun, si ces yeux étaient ouverts et pas trop obscurcis par des mythes. Weizenbaum a totalement raison : soit l’homme est une machine et alors l’ordinateur pourra acquérir progressivement la même «intelligence », soit il est autre chose et l’ordinateur ne pourra jamais le rejoindre.

En revanche, il existe ce qu’on appelle avec beaucoup plus de justesse des systèmes experts qui consistent à essayer de mettre en mémoire magnétique les connaissances et l’expérience d’un certain nombre de spécialistes de haut niveau pour tenter d’en disposer plus facilement sans avoir recours à leur présence physique. Mais de quoi s’agit-il ? De rien de plus, fondamentalement, que d’un programme écrit par l’homme qui consiste à amasser une documentation aussi complète que possible pour la ressortir au bon moment en fonction d’une situation ; une sorte de jurisprudence donc, au sens juridique, qui permette de savoir ce que d’autre on fait dans des situations données. Or, o, le sait bien, un expert ne fait jamais la même chose que ce qu’il a fait précédemment. Ainsi donc, quand j’entends le terme intelligence artificielle, je me demande immédiatement ce que celui qui l’a prononcé est en train d’essayer de me vendre. Soit il vend un programme d’ordinateur qu’il enrobe de ce terme soi-disant prestigieux pour augmenter son tarif. Soit il me vend une idéologie réductrice de l’homme, une vision totalitaire, un désespoir caché devant la difficulté d’être et de prendre les risques inhérents à la nature humaine. Soit, et heureusement, c’est le plus courant, il se borne à propager des idées un peu sottes qu'il a ramassées dans un dîner en ville, au café du commerce ou dans le dernier congrès en vogue, sans y avoir réfléchi vraiment : comme on suit une mode. Dans tous les cas, il rapporte un mensonge.
Olivier Legendre
Revue Projet de septembre 1986

1°) La définition de la notion d’«intelligence artificielle » donnée par l’auteur vous paraît-elle convaincante ?

2°) Repérez les différentes étapes de l'argumentation de l'auteur dans le texte.

3°) Dites dans un texte organisé si vous acceptez que «les termes intelligence et artificielle sont complètement antithétiques ».

****

ASECNA

ECOLE AFRICAINE DE LA METEOROLOGIE ET DE L'AVIATION CIVILE EAMAC

SUJETS DES CONCOURS DE RECRUTEMENT DES ELEVES INGENIEURS DE LA NAVIGATION AERIENNE ET DES ELEVES INGENIEURS DE LA METEOROLOGIE

<u>ANGLAIS</u>

Mars 1996

A/ From the list of words at the top choose one word to fill the blank in each sentence. Each word must be used at least once. Some words may be used more than once.

is are was were do does did has have had
isn't aren't wasn't weren't don't doesn't didn't hasn't

1 - There goes Mr Murumba. ____________________ you know him ?
2 - She is miserable because her friend ____________________ speaking to her any more.
3 - What car ____________________ he bought? Let's see it.
4 - Why ____________________ the steward greet you when you passed him ? Is he annoyed ?
5 - I know he runs a taxi, but what gain ____________________ he make ?
6 - Im am offering her a lot of money for the car, but she says she ____________________ want to sell it.
7 - I could hear a lot of noise coming from your room; ____________________ you arguing with each other ?
8 - They ____________________ supposed to put up a building here; that is why it was pulled down again.
9 - He said he wrote to me but I am quite sure he ____________________.
10- ____________________ you surprised when he put the book in front of you ?
11 - ____________________the three blossom at this time of the year ?
12 - ____________________ they going to visit him, or will he visit him first ?
13 - How many Christmas cards ____________________ you sent ?
14 - What ____________________ it that made him frown like that ?
15 - It was unusual for you to miss that meeting: ____________________ you received the invitation ?
16 - I ____________________ suppose you have ever had a bonus.
17 -What ____________________ the clock say when you left the house ?
18 - ____________________ the lecture going to be held, or has it been cancelled ?
19 - If you ____________________ ready, get somebody else to go.
20 - He argues that our people eat pork, but of course we ____________________.

21 - ___________________ it ever occured to you that you may have offended her ?
22 - It ___________________appropriate for you to speak the way you did.
23 - ___________________it been unusually hot today ?
24 - ___________________you buy the newspaper as I requested ?
25 - When ___________________ you take your next test ?

B / Fill the blanks in the following passage with suitable words derived from the verb shown in brackets in each case.

The Federal Government ___________________**(release)** 80.000 doses of vaccines for the prevention and treatment of rinderpest in **Sokoto State**. The State Commissioner for Agriculture ___________________ **(tell)** journalists in Sokoto on Monday that a total of 125.000 doses of the vaccine ___________________**(still, expect)** from the Federal Government. All these ___________________**(not, be)** enough, however, because according to him there ___________________**(be)** up to four million cattle in the state. The commissioner ___________________**(announce)** that the Ministry ___________________**(succeed)** in vaccinating more than one million cattle since the outbreak of the disease ___________________**(first, report)** last November. He ___________________**(add)** that the Government ___________________ **(now, prepare)** for a statewide inoculation of cattle from the first week of next month.

C / Translate the text you have just completed into french.

****

<u>Mars 1997</u>

Cossor* Transfers New Heathrow
Airport Approach Radar System

Cossor has now completed the technical transfer to the Civil Aviation of the radar processing and display system that the company has installed at Heathrow Airport. Produced under a contract valued at

2£ million, the new system will replace the airport approach radar display system.

The system is a variant of the company's Compass 9000 ATC display system and is capable of processing up to 400 targets. The system range is currently set to 60 nm*. In total, Cossor has supplied three radar data processing sub-systems, each capable of handling selectively up to three sources of data together with thirteen display processors and associated displays which operate in conjunction with any of the three radar processors. A mixed radar display is provided with nine combinations from three analogue radar sources and the three processed radar sources.

Extensive system monitoring and control is provided by a separate processing element supplied as a part of the system. The displays are 23'' cursive displays

similar to those selected by the Civil Aviation Authority for the London Traffic Control Centre at West Drayton.

Cossor has also supplied display systems for Stansted Airport, utilising its new Rasterscan high resolution displays. Having already supplied the Compass 9000 system for Gatwick Airport, Cossor has now installed display systems in all three London International Airports.

(*) - Cossor : a company which manufactures, sells and intalls aeronautical equipment;
- nm : nautical mile.

A/ READING COMPREHENSION

Answer the following sentences in clear, good English. (**Please make full sentences**).

1. What is the capacity of the new system? (2 points)

2. How far is its range? (2 points)

3. The text reads: «... the new system will replace the airport's approach radar display system ». Why do you think the Civil Aviation Authority felt the need of replacing their equipment? (5 points)

4. As a prospective Civil Aviation Engineer, explain why Cossor did not hand the new approach radar system in to the CAA right away after sale? (5 points)

B/ GRAMMAR

a) - Turn the following sentences into the future tense.

1- The system is a variant of the company's Compass 9000 ATC display system and is capable of processing up to 400 targets. (2 points)

2- Cossor supplied three radar data processing sub-systems... (2 points)

3- Cossor has now installed display systems in all three London International Airports. (2 points)

b) - Use the appropriate prepositions in the following sentences. (10 points)

in of to that with for to part in of

British CAA signed a contract _____ the Cuban Ministry ____Civil Aviation ____arrange a program_____

English language training in Britain _____ Cuban air traffic controllers. ____ May, the first group will begin a 2-month intensive training course. CAA said ____ Cuba would like _____ have 100 controllers take ____ ____ the program over the next five years.

C/ TRANSLATION

a) Translate the following into French.

Extensive system monitoring and control is provided by a separate processing element supplied as a part of the system. (5 points)

b) Traduire en anglais.

«Les anciens équipements de notre aéroport seront remplacés par de nouveaux», a dit le Ministre des Transports. (5 points)

****

SEPTEMBRE 1997

I°) READING COMPREHENSION:

TEXT

Democracy is less hateful than other contemporary forms of government, and to that extend it deserves our support. It does start from the assumption that the individual is important , and that all types are needed to make a civilization. It does not divide its citizen into the bossers and bossed - as an efficiency - regime tends to. The people I admire most are sensitive and want to create something or discover something and do not see life in term of power, and those people get more of a chance under a democracy than elsewhere. They found religions, or they produce literature and art, or they do disinterested scientific research, or they may be what is called “ordinary people”, who are creative in they private lives, bring up their children decently, for instance. All those people need to express themselves; they cannot do so unless society allows them to do so, and the society which allows them most liberty is a democracy. Democracy has another merit. It allows criticism, and if there is not public criticism there are bound to be hushed-up scandals. That is why I believe in the Press, despite all its lies and vulgarity, and why I believe in parliament. Parliament is often sneered at because it is a Talking Shop. I believe in it because it is Talking Shop. I believe in the private member who makes himself a nuisance: he does expose abuses which would otherwise never have been mentioned, and very often an abuse gets put right just by being mentioned. Whether parliament is either a representative body or an efficient one is questionable, but I value it because it criticizes and talks, and because its chatter gets widely reported.

So two cheers for democracy: one because it admits variety and two because it permits criticism. Two cheers is quite enough: there is no occasion to give three.

After E.M. FORSTER, Two cheers for Democracy 1939.
Edward ARNOLD Publishers tld.

a) <u>Ideas an facts</u>

1. E.M. Forster's opinion of democracy is that
   a) It is the only form of government.
   b) It will disappear from the world.
   c) It is the least bad form of government.

2. The vertue that is most encouraged by democracy is:
   a) Efficiency
   b) Ordinariness
   c) Power
   d) creativeness

3. Democracy…an efficiency regime
   a) is
   b) is not
   c) ought to be
   d) will necessarilly be

4. E.M. Forster thinks the fact that parliament is talking shop is:
   a) positive.
   b) a nuisance.
   c) an abuse.
   d) worth mentioning.

5. Forster's approval of democracy is
   a) complete
   b) reserved
   c) unmitigated
   d) enthusiastic

b. <u>Words and phrases</u>

6. Hateful
   a) unpleasant b) deserving c) loathsome d) efficient

7. it deserves our support:
   a) it is worthy for our help and confidence
   b) it deserves to be endured
   c) it deserves to endure
   d) it deserves what criticism we hurl at it

8. Assumption :
   a) beginning
   b) hypothesis
   c) criticism
   d) belief

9. The bossers :
   a) the people who work hard
   b) the employers
   c) the people who bully the other around

10. Bring up :
   a) rear
   b) teach
   c) spoil
   d) chastize

11. There are bound to be hushed-scandals :
   a) there must be hidden criticism
   b) there will be forced election
   c) there will necessarily be concealed dishonesty

12. Sneered at :
   a) criticized
   b) praised
   c) eulogized
   d) derided

13. Expose :
   a) comment upon
   b) explain
   c) denounce
   d) show

14. Abuses :
   a) comments
   b) scandals
   c) ideas
   d) creeds

15. Its chatters
   a) its conclusion
   b) its decision
   c) its debates
   d) its comments

****

Avril 1998

GRAMMAIRE

1) Turn the following sentences into the past tense.

a) It seems that the prime Minister is angry.

b) It appears that you haven't been here before.

c) Seeland in the story, it turns out, is what we call New Zealand.

d)They've broken the record, it appears.

e) In the end, it turns out that the shepherd is the prince in disguise.

f) They weren't affected by the news, it seems.

g) It appeared that they hadn't made any preparations for our visit.

h) It seems that you've been waiting a long time.

2) Fill the blanks in the following sentences with IF or WHETHER.

a) He asked me ____ I wanted to go to the party.

b) I said I didn't know ____ to go or not.

c) "Think about it", he said, "and tell me ____ you want to go".

d)Ask him ____ he knows the answer.

e) I'm not sure ____ I ought to ask him a question like that.

f) I'm not sure ____ to ask him or not.

g) Don't be afraid. Ask him and tell me ____ he can solve the problem.

h) All right. He's sure to tell me ____ he can provide a solution.

.3) Mettre les verbes entre parenthèses aux temps et à la forme qui conviennent :

1. Catherine *(to be)* a college student for only a few months when she *(to discover)* the works of Katherine Mansfield.

2. She'll return her book to the public library as soon as she *(to come)* home.

3. She enjoyed Katherine Mansfield's journal so much that she *(to buy)* a copy for her mother.

4. If you hadn't been in such a hurry, I (to tell) you the end of the story.

Translation

Translate the following passage into French

I see the Civil Service are making preparations to go on strike next week. The Government has made them an offer of 7% but they say it's not enough. If they are public servants they should do their duty and not make trouble for everyone else.

****

Avril 1998 II

Tobacco or health?

The Minister of Health's report on cigarette smoking made public on January 11, 1964, was followed by other studies, all of which leave no doubt about the hazards to health and longevity that cigarette smoking entails.

The tobacco industry founded a Tobacco Institute to study the effects of smoking and has persisted in its assertions that evidence linking smoking and disease is largely a statistical association which does not prove a relationship. But both the statistical and clinical evidence are overwhelming that cigarette smoking is injurious to health and shortens life expectancy.

A four-year study of tens of thousands of smokers and no-smokers, matched in many characteristics except that some smoked and some did not, resulted in this conclusion: "… lung cancer death rates were eleven times as high among current cigarette smokers as among those who never smoked regularly an eighteen times as high among very heavy smokers as among men who never smoked regularly;"

Another study concluded that smoking even as few as to nine cigarettes a day shortens life expectancy. "Every regular cigarette smoker is injured, though not to the same degree… Cigarette smoking is not a gamble, all regular cigarette smokers studied at autopsy show the effects. "

The Minister has repeated many times his conviction : "I think we have we have established cause and effect in lung cancer. I don't think there is many question about it. "

George A. STEINER

"Business and Society"

I – <u>COMPREHENTION</u>

1 – Why do you thing the Tobacco Institute persists in its assertion that: " evidence linking smoking and disease does not prove a relationship " ?

2 – What is meant by: " cigarette smoking is not a gamble " ?

3 – Do you thing cause and effect has been established in lung cancer ?

4 – Why do so many people continue smoking although they think it be dangerous to health ?

II – <u>LINGUISTIC COMPETENCE</u>

- A study that took four years resulted in this conclusion

→ A four-year study resulted in this conclusion.

<u>Transform the following as above:</u>

1 – A study of the patients that took six weeks proved his assertion.

2 – We arrived after a flight that took five hours.

3 – He bought her a ring that cost $ 200.

4 – Football is played with a team of eleven men.

5 – We got to the airport after a race against time that took twenty minutes.

- They studied the cases of thousands **<u>of</u>** smokers on the above pattern make 4 sentences using:
  dozen, hundred, thousand, million.

- If you smoke it shortens life expectancy

→ smok**<u>ing</u>** shortens life expectancy

<u>Transform the following as above</u>:

1 – If you drive too fast it is dangerous.

2 – If you persist in that assertion it will get you nowhere.

3 – If you read in a poor light you ruin your eyes.

4 – If you drink river water it is injurious to health.

5 – If you eat too much it is bad for you.

III – <u>TRANSLATION</u>

<u>Turn into English</u>

1 – Combien de cigarettes fumez-vous par jour ?

2 – Des milliers de gens essaient de s’arrêter de fumer.

3 – On a élaboré un plan quinquennal pour améliorer la santé des villageois.

4 – Etablir la cause de la mort subite sera difficile.

5 – Il a des centaines de livres dont la plupart sont très vieux.

IV – ESSAY

You are warning someone who smokes too much about the hazards to his health.
Write your conversation. (About 10 to15 lines.)

****

Août 1998 I

TEXT : AIR TRANSPORT

The rapid development of the air transport might not have been possible but for military requirements and direct government aid, which, in some form, was made available almost universally until the 1950s, when the United States and United Kingdom terminated their subsidies or grants, but many other countries still continued to assist their national airlines and were doing so in the 1970s. Airlines were pioneered from 1919 onward by Britain and by European countries with relatively advanced aircraft industries and subsidies justified by the need for better communications, especially with overseas territories. Services followed in areas of Latin America, Canada, Africa, and Australia, where surface communications were slow, difficult, or non-existent.

By contrast, airline progress in the United States were slow until 1930, thought the Post Office had been operating coast-to-coast mail services from 1920 to 1927. Under the Air Mail Act of 1925 these services were taken over by the airlines themselves under contract. The mergers that resulted produced, by the mid-1930s, a pattern of internal trunk airlines that was to remain effectively unchanged for more than 35 years.

The requirements of war also provided the turbine engine, but air transport was already a major industry when it came into airline use in the late 1950s. Its most important effect was to reduce operating costs. These were reaching a practical minimum by the mid-1960s. Further reductions were possible only with big increasing payload capacity. The early 1970s saw the entry of the 300-450 seat “wide-body” jets, led by the Boeing 747. Whether the next generation of aircraft would be supersonic remained unresolved in the early 1970s.

Excluding figures for the Soviet Union and for non-scheduled carriers, world passenger traffic increased from 18,000,000 in 1946 to 310,000,000 in 1970. Practically every part of the world became accessible by air transport in the late 1970s.

QUESTIONS:

<u>a)Vocabulary: (10 points)</u>

Explain the following words and phrases in the text:

1. subsidies (line 4)
2. pioneered (line 5)
3. coast-to-coast mail services (line 11)
4. practical minimum (line 17)
5. payload capacity (line 18)

<u>b) Reading comprehension and commentary: (16 points)</u>

1. In what way do you think military requirements may have helped the development of air transport?
2. Name the differences between airline progress in Europe and in America. What reasons may be given for such differences?
3. What was the main problem facing air transport between 1950s and the 1970s? How was the problem solved?
4. What kind of problems do you foresee for air transport in the near futur?

<u>c) Translation: (14 points)</u>

Translate into French the first paragraph of the text.

****

AOUT 1998 II

TEXT : FLYING – THEN AND NOW

My first flight was from Paris to Portsmouth in 1959. The pilot arrived late, with the stewardess. He wore a leather coat, old trousers, and wellington boots. The stewardess had holes in her stockings and wore mirrored sunglasses. They both went into the cockpit without a word.

When we were approaching the English coast, the stewardess appeared in the cabin. She was still wearing the sunglasses, but her lipstick was smudged. “Southend? Anyone for Southend?” she shouted. The boy in front of me put up his hand. The DC3 suddenly landed. The boy was shown the door and jumped down onto the grass field, and we took off again. The stewardess went back into the cockpit. I remember thinking at the time that flying wouldn’t always be like this.

And I was right. In 30 years, international travel has completely changed, and the world has become a global village. Crossing the world is as easy as (sometimes easier than) getting from one side of a city to another. The world of air travel has developed into a huge industry.

The airports themselves are remarkable places: Paris’s strange and space-like Charles de Gaulle, or Dallas/Forth Worth with is Texan vastness. There are airports which are almost jammed with the number of arrivals and departures, like Chicago’s O’Hare or Tokyo’s Haneda; and there are deserted airports like Tanzania’s Kilimandjaro, lying beneath the snows of that great mountain, waiting for the tourists who have never arrived.

But probably one of the greatest of them all is London’s Heathrow, which tops the list of both international flights and international passengers. In 1989, it handled 355,000 flights and over 38 million passengers with 57 million items of luggage. It has grown into a city in its own right, employing 53,000 people full time.

QUESTIONS:

a)Vocabulary: (10 points)

Explain the following words and phrases in the text:

1 mirrored sunglasses (line 3)
2 smudged (line 6)
3 global village (line 12)
4 jammed (line 17)

5 tops the list (line 20)

<u>b) Reading comprehension and commentary: (16 points)</u>

1 In what way was the writer's first experience of flying different from the routines of today?
2 Why could crossing the world be easier than going from one side of a city to another today?
3 International travels have changed a lot indeed. But can you imagine further changes that are desirable in the future?
4 Today's international flights are also a source of many dangers. Can you write about at least two of those potential dangers and say what can be done to circumvent them?

<u>c) Translation: (14 points)</u>

Translate the fourth paragraph into French (from "the airport themselves…" to "…who have never arrived.")

****

ASECNA

ECOLE AFRICAINE DE LA METEOROLOGIE ET DE L'AVIATION CIVILE EAMAC

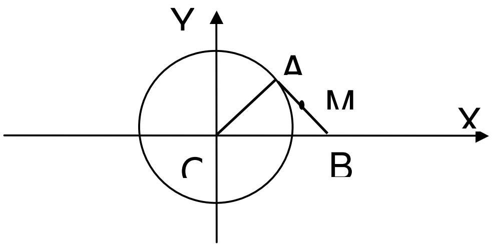
SUJETS DES

CONCOURS DE RECRUTEMENT DES ELEVES INGENIEURS DE LA NAVIGATION AERIENNE ET DES ELEVES INGENIEURS DE LA METEOROLOGIE

PHYSIQUE

Mécanique :(6 pts)

On considère le système bielle-manivelle représenté sur la figure ci-dessous :



L'extrémité A de la tige OA décrit le cercle de centre O et de rayon OA avec une vitesse angulaire ω uniforme. $\theta = (Ox, OA) = \omega t$

L'extrémité B de la tige AB glisse le long de l'axe OX. On considère le cas où OA = OB = 2a, a étant une constante. Soit M le point milieu de la tige AB.

1) Calculer les coordonnées de M par rapport aux axes OX et OY. Montrer que M décrit dans le plan (OX, OY) une ellipse : on calculera pour cela l'equation de la trajectoire de M.

2) Calculer les composants par rapport à Ox et Oy de la vitesse v et de l'accélération γ instantanées de M.

En déduire que γ peut s'exprimer en fonction de OM.

AVRIL 1996 I

Electricité :(8 pts)

D'après le modèle BOHR de l'atome d'hydrogène, cet atome est formé par un proton (noyau) et un électron lié au noyau par la force électrostatique due à leurs charges élémentaire e et -e. Les orbites possibles de l'électron autour du noyau sont supposés circulaires.
On donne $e = 1,6.10^{-19} C$

masse du proton (mp) = $1,67.10^{-27} kg$

masse de l'électron (me) = $9,11.10^{-31} kg$

$$\frac{1}{4\Pi\varepsilon_o} = 9.10^{-9} N.m^2.C^{-2}$$

1) On demande de calculer, pour les deux orbites dont les rayons : r = r1 = $0.53.10^{-10} m$ (état fondamental) et r = r2 = $13,2.10^{-10} m$ (état excité), les grandeurs suivantes :

a) La force électrostatique de liaison de l'électron. En déduire l'accélération.

b) Le champ électrostatique créé par le proton.

c) la vitesse de l'électron. En déduire son énergie cinétique.

d) Le potentiel créé par le proton et l'énergie potentiel de l'électron.

2) En utilisant les vitesses calculées en c) ,déterminer l'induction magnétique B(O) an centre du proton; on donne :

$$\frac{\mu_o}{4\Pi} = 10^{-7} H/m^2$$

3) On ionise l'atome en éloignant son électron à l'infini. Calculer le flux du champ électrostatique à travers une surface fermée (et limitée) entourant l'atome, avant et après l'ionisation ($\varepsilon_o = 8,85.10^{-12} C/N.m^2$)

Thermodynamique :(6 pts)

Un récipient fermé par un piston mobile, renferme un gaz parfait monoatomique dans les conditions de pression P1 et de volume V1. On opère une compression adiabatique, de façon réversible, qui amène le gaz dans les conditions (P2, V2). On donne :
P1 = 1 atm, V1 = 10 l, P2 = 3 atm

Donner l'expression littérale et la valeur numérique :
1) du volume final V2
2) du travail W reçu par le gaz
3) de la variation ΔU d'énergie interne du gaz

On donne le rapport des chaleurs massiques à pression et volume constants :
$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$
Constante des gaz parfaits : R = 8,3 SI
prendre 1 atm = $10^5 \, N.m^{-2}$

****

SEPTEMBRE 1996 II

Thermodynamique :

Un cylindre fermé, indéformable et imperméable à la chaleur est divisé par une paroi rigide adiabatique, en deux parties de volumes Vo égaux. La première partie contient n1 moles d'Azote et la deuxième partie n2 moles d'oxygène. Les deux gaz (considérés comme parfaits) sont au début à la même pression Po.
1) Donner le rapport dezs températures initiales des deux gaz : T1/T2 en fonction de leur nombre de moles.

2) On enlève la paroi de séparation : les deux gaz se mélangent et il s'établit un nouvel équilibre mécanique et thermique.
a) Quelle est la variation de l'énergie interne de chaque gaz au cours de cette opération. On admet que le mélange est idéal.
b) Montrer que la variation d'énergie interne de l'ensemble des deux gaz est nulle.
c) En déduire l'expression de la température finale du mélange, en fonction de T1, n1, n2 (on prendra MCv = 5/2 R pour les deux gaz) .

Mécanique :

Une goutelette d'eau de masse m, lancée de haut en bas avec une vitesse initiale vo, tombe en chute libre.
La résisitance de l'air est R = -kmv

1) Monter que la goutelette atteint une vitesse limite V.

2) Ecrire, puis intégrer l'équation différentielle exprimant la vitesse v de la goutelette en fonction du temps.

3) Ecrire, puis intégrer l'équation différentielle donnant l'espace parcouru en fonction du temps.

4) On donne V = $0.2m.s^{-1}$, g = $10m.s^{-2}$, vo = 0; les formules établies en 2) et en 3) semblent montrer qu'il faut un temps infini pour atteindre la vitesse V. Calculer au bout de combien de temps on atteint une vitesse égale à 0,9 V. Calculer l'espace parcouru.

<u>Electricité :</u>

Soit dans le vide, un tube conducteur cylindrique (T) infiniment long, de rayon a et d'épaisseur négligeable, qui porte la charge Q par unité de longueur (on raisonnera sur l'unité de longueur du tube) (Q > 0).

1) Donner l'expression du champ électrique E(r) à la distance <<r>> de l'axe du tube, en précisant sa direction et son sens.

2) Déterminer à une constante Vo près, le potentiel V(r) à la même distance r de l'axe; en déduire le potentiel propre du conducteur (toujours à une constante près).

3) retrouver E(r) et V(r) en intégrant l'équation de Laplave $\Delta V = 0$, en exploitant les implications dues à la symétrie du problème.
On rappelle l'expression du Laplacien en coordonnées cylindriques :

$$\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}$$

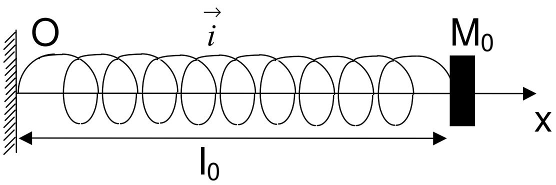
****

MARS 1997

Mécanique:

On demande d'utiliser dans les calculs, les seules notations définies dans le texte.

On considère une tige rectiligne horizontale Ox de masse négligeable sur laquelle est enfilé un ressort de masse négligeable et de raideur K. Ce ressort, fixé en O, est solidaire d'un anneau M, de masse m, assimilable à un point matériel. Au repos, ce ressort a une longueur l_0.



1. L'anneau M coulissant sans frottement sur sa tige, on l'écarte de sa position d'équilibre M_0, d'une distance a et on le lâche sans vitesse initiale.
   a) quel est le travail de la force de rappel, quand M revient en M_0?
   b) quelle est la vitesse de M lorsqu'il revient en M_0?

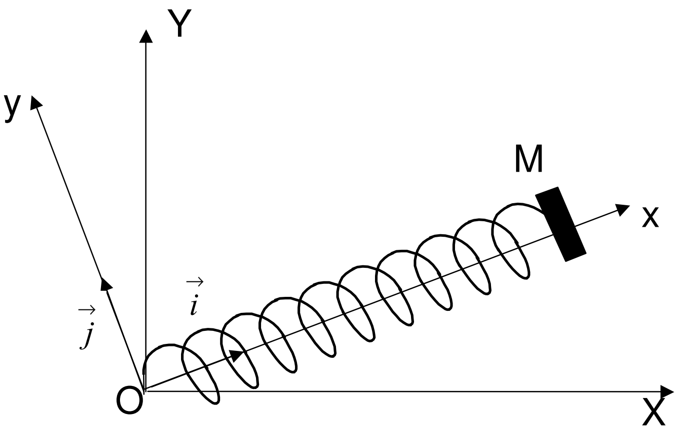
2. On suppose maintenant, que le frottement de l'anneau M sur la tige se fait avec une force de frottement visqueux $\vec{f} = -2\alpha.\vec{v}$ où α est une constante positive et $\vec{v}$ la vitesse instantanée de M sur la tige.

   On posera $\overrightarrow{M_0M} = x.\vec{i}$ et ω_0=*K/m*.

   a) Ecrire l'équation différentielle du mouvement de l'anneau sur la tige Ox. Dans le cas où l'anneau oscille entre sa position d'équilibre M_0, trouver la pulsation ω du mouvement et donner son équation x(t) dans les conditions initiales de 1.

   b) Sachant que l'amplitude des oscillations est réduite de moitié au bout de 10 périodes, calculer la valeur du coefficient α en fonction de ω_0 et de m.

3. La tige Ox porteuse de l'anneau et du ressort tourne dans un plan horizontal, autour de son extrémité O à la vitesse angulaire constante Ω.
   On suppose que le mouvement s'effectue sans frottement et on appelle (XOY) le repère fixe lié au plan et (xOy) le repère lié à la tige de base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On posera cette fois $\overrightarrow{OM} = x.\vec{i}$.



a) Ecrire l'expression vectorielle du principe fondamental de la dynamique appliqué à M dans le repère (xOy) lié à la tige.
En déduire la position d'équilibre x_0 de l'anneau en fonction de ω_0, Ω et l_0.Que se passe-t-il lorsque $\Omega \geq \omega_0$?

b) la tige tournant à une vitesse $\Omega < \omega_0$, l'anneau est déplacé de sa position d'équilibre, d'une distance a et lâché sans vitesse initiale. Déterminer l'équation du mouvement, x=x(t) de l'anneau, et donner sa pulsation Ω' en fonction de Ω et ω_0.

c) Déterminer les composantes de la réaction $\vec{R}$ qu'exerce la tige sur l'anneau dans le repère mobile et calculer la puissance développée par la réaction $\vec{R}$ dans ce repère.

Electricité:
Un faisceau de protons de 1,00 microampère est accéléré par une différence de potentiel de 10.000 volts.

a) Calculer la densité de charge quand les protons ont été accélérés, en supposant que la densité de courant est uniforme dans un diamètre de 2,00 millimètre, et nulle en dehors.

b) Calculer le champ électrique radial à l'intérieur et à l'extérieur du faisceau.

c) Tracer la courbe représentant le champ électrique radial pour des valeurs de *r* allant de 0 à 1,00 cm.

d) On suppose que le faisceau est situé le long de l'axe d'un tube conducteur cylindrique relié à la terre et de 1 cm de rayon. Déterminer le potentiel V à l'intérieur du tube.

Thermodynamique:

On considère que l'énergie interne moyenne d'une molécule de gaz monoatomique vaut $\frac{3}{2}kT$,et celle d'une molécule diatomique $\frac{5}{2}kT$.

Un ballon B_1 contient une mole d'hélium (He) et une mole d'argon (Ar) à une température de 300K. Un ballon B_2 contient une mole d'azote (N_2) et une mole d'Hydrogène (H_2) à une température de 350K.

1. Calculer l'énergie interne du mélange gazeux de B_1 et B_2; on donne: $k=1,38\ JK^{-1}$ et le nombre d'AVOGADRO $N=6,02.10^{23}$ molécules par mole.

2. On met en communication les deux ballons, l'ensemble est thermiquement isolé de l'extérieur. En appliquant le principe de la conservation de l'énergie interne, calculer la température d'équilibre T du mélange des quatre gaz.

3. Calculer l'enthalpie H du mélange des quatre gaz en considérant qu'il suit la loi des gaz parfaits.

4. Calculer la capacité thermique molaire à pression constante Cp du mélange des quatre gaz.

****

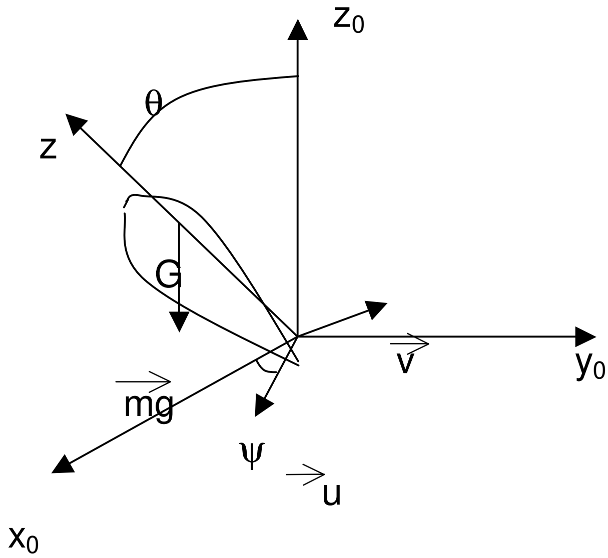
AOUT 1997

MECANIQUE :

Un solide de révolution (S) d'axe de symétrie Oz, de centre de gravité G et de masse m, tourne
autour d'un point O fixe, origine d'un repère galiléen $R_0(O, x_0, y_0, z_0)$.
La position du solide est complètement déterminée par OG=a et la donnée des trois angles d' Euler:

$$\theta = \left(\overrightarrow{z_0}, \vec{z}\right), \psi = \left(\overrightarrow{x_0}, \vec{u}\right), \varphi = \left(\vec{u}, \vec{x}\right)$$

On désigne respectivement par R(O, x, y, z) et R_1(O, u, v, z) le repère lié au solide et le repère intermédiaire.



1°) Déterminer dans $R_1(O, u, v, z)$ les composantes du vecteur rotation instantanée du solide par rapport à $R_0(O, x_0, y_0, z_0)$: $\vec{\Omega}_{R/R0}$.

2°) Calculer le moment résultant en O des forces extérieures qui s'exercent sur le solide.

3°) On désigne par I_1, I_2, I_3 les moments principaux d'inertie du solide dans le repère $R_1(O, u, v, z)$ (repère principal). En déduire le moment cinétique en O du solide par rapport à R_0: $\vec{\sigma}_{R/R0}$.

4°) A partir du théorème du moment cinétique, déterminer les équations du mouvement du solide.

5°) On assimile le mouvement du solide à un mouvement gyroscopique élémentaire : On suppose que la vitesse de rotation propre $\frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}$ est très grande devant les autres composantes de : $\vec{\Omega}_{R/R0}$.
On constate que dans ce cas θ est constant (θ = 0).
Déduire des équations précédentes, la vitesse de précession $\frac{d\psi}{dt} = \dot{\psi}$ du solide, en fonction de I_3, m, g, a et $\dot{\varphi}$.

ELECTRICITE :

Une ddp V_1-V_2=6 volts est appliquée entre deux électrodes cylindriques coaxiales, plongées sur une hauteur h dans un liquide faiblement conducteur de résistivité ρ. Les résistances des deux électrodes sont négligeables, et leur rayons respectifs sont r_1 et r_2 (r_1<r_2).
AN: ρ=20 Ω.m, r_1=1 cm, r_2=5 cm et h=15 cm.

1°) Déterminer la densité du courant j_1 au voisinage de l'électrode de rayon r_1.

La résistance R est donnée par la relation: $R = \frac{\rho}{2\pi h}\ln\frac{r_2}{r_1}$.
2°) Déterminer la valeur de r_1 pour laquelle j1 est minimum lorsque r_2=5 cm. En déduire la nouvelle valeur de j_1.

3°) Soit un conducteur dont les armatures ont la même forme et les mêmes dimensions que les deux électrodes. Pour le condensateur, il y a influence totale tandis que la masse conductrice remplit le volume compris entre les électrodes.
Déterminer la relation entre la capacité C du condensateur et la résistance R de la masse conductrice.

THERMODYNAMIQUE :

<u>Partie 1:</u>
1°) Exprimer les capacités thermiques molaires C_p et C_v du gaz parfait, en fonction du rapport $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ et de la constante R des gaz parfaits.

2°) On comprime une masse de 1 Kg d'air :

$$E_i(T_i=300\text{ K}, P_i, V_i) \text{ à } E_f(T_f, P_f, V_f=\frac{v_i}{2})$$

Sachant que l'air peut être considéré comme un gaz parfait, calculer le travail qu'il reçoit pour les évolutions suivantes, pour lesquelles l'équilibre mécanique est réalisé:

a- La compression de l'air se fait à pression constante Pi.
b- La compression est isotherme à la température T_i.
c- La compression est adiabatique.

Données: pour l'air, on prendra γ=1, M=29 $g.mol^{-1}$ et R=8,314 $J.mol^{-1}.K^{-1}$.

Partie 2:

Au cours d'une évolution réversible d'un gaz parfait, on pose $\delta Q = Cdt$ où δQ est la chaleur élémentaire échangée par le système et C un constante ($C \geq 0$).

Montrer que cette évolution suit la loi des transformations polytropiques : PV^k=constante en exprimant le coefficient k en fonction de C et des capacités thermiques molaires C_p et C_v.

****

MARS 1998 I

ELECTRICITE

On considère un condensateur plan de surface S, on note x la distance des deux armatures séparées par le vide et U la différence de potentiel entre celles-ci.

On supposera que le champ électrostatique reste uniforme entre les armatures.

1) En fonction de U, S, x et de la constante ε_0, donner l'expression de :

a - l'énergie électrostatique emmagasinée par le condensateur.

b - la force électrostatique entre les armatures.

2) Une des deux armatures est immobile. La seconde est reliée à un ressort parfaitement élastique de raideur k; elle peut se déplacer sans frottement (fig. E_1).

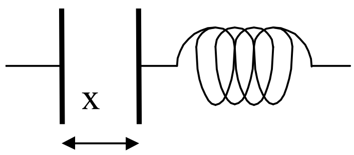


fig. E₁

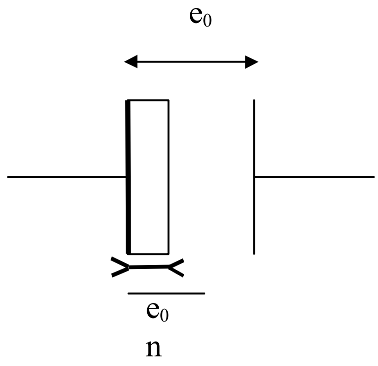


fig. E₂

Lorsque U = 0; $x = e_0 = 20{,}0$ mm à l'équilibre

Lorsque $U = U_1 = 4000$ Volts; $x = e_1 = 16{,}0$ mm à l'équilibre

a - Calculer la d.d.p U_2 pour laquelle $x = e_2 = 17{,}0$ mm à l'équilibre

b - La d.d.p appliquée étant $U = U_1$ calculer la période T_1 des oscillations de faibles amplitudes de l'armature mobile en fonction de k, e_0, e_1 et de la masse m de l'armature.

A.N. : $k = 0{,}5\ N.m^{-1}$; m = 100 g

3) Le condensateur a une épaisseur fixe e_0; on note C_0 sa capacité. Une couche de diélectrique, de permittivité relative ε_r d'épaisseur constante $\frac{e_0}{n}$ avec $n \in [1, \infty[$ est appliquée sur la face intérieure d'une des armatures (fig. E_2). Calculer la nouvelle capacité du condensateur en fonction de n, ε_r et C_0.

THERMODYNAMIQUE :

Une mole de gaz parfait à l'état E_1 est amenée par détente adiabatique à l'état E_2

E_1 : $P_1 = 10^6$ Pa ; $T_1 = 273$ K

E_2 : $P_2 = 10^5$ Pa ; T_2 ; v_2

On donne la chaleur molaire à volume constant

$$c_V = 2,5R \text{ avec } R=8,314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

1) La détente est réversible,
   a) déterminer l'état final (T_2 et v_2) du gaz;
   b) calculer le travail échangé par le gaz
2) La détente, irréversible, est effectuée sous la pression P_2,
   a) déterminer l'état final (T_2 et v_2) du gaz
   b) calculer le travail échangé par le gaz
   c) calculer la variation d'entropie

MECANIQUE :

On veut placer un satellite artificiel de masse m, sur une orbite circulaire de rayon r = R+z autour de la terre supposée sphérique de masse M de rayon R.

La force qui agit sur le satellite autour de la terre est une force gravitationne $\frac{GMm}{r^2}$ odule eet le champ gravitationnel au niveau du sol est g_0.

Lorsque le satellite atteint un point d'altitude z on lui communique une poussée telle que sa vitesse devient horizontale.

I) Calculer en fonction de m, R, z et g_0
   1) Le module de la vitesse orbitale
   2) L'énergie mécanique totale
   3) Le moment cinétique du satellite par rapport au centre de la terre

4) L'altitude z_0 pour laquelle un satellite tournant sur une trajectoire circulaire dans le plan de l'équateur terrestre reste toujours à la verticale du même point de la terre.

<u>A.</u>
N 10 m/s^2 ,T_0 = 86164 s (jour sidéral) ,R = 6400 km ,M = 1200 kg ,z=630 km

II) On suppose qu'un dispositif approprié annule la vitesse orbitale du satellite sans variation d'altitude $z=z_1$ (origine du temps en v=0).
Déterminer en fonction de g_0, R et z_1 l'équation donnant la durée τ de chute du satellite sur la terre par des considérations énergétiques.

****

<u>AOUT 1998 I</u>

PROBLEME N°1 (4 points)

On considère un faisceau lumineux parallèle en incidence normale sur un dioptre plan. Le faisceau provient d'un milieu 1 et se réfracte partiellement dans le milieu 2. On note μ_{12} l'indice de réfraction relatif entre les deux milieux. L'onde incidente est décrite par la fonction :

$$\xi_1 = a_1 \sin\left(\omega t - k_1 x\right)$$

où les variables gardent leur signification habituelle en théorie des ondes et vibrations.
On appelle ξ_1' l'onde réfléchie et ξ_2 l'onde réfractée.

1°) dans l'hypothèse que l'onde réfléchie et l'onde incidente sont déphasées de 0 ou π, on a :

$$\xi_1 + \xi_1' = \xi_2 \qquad ; \qquad \frac{\partial \xi_1}{\partial x} + \frac{\partial \xi_1'}{\partial x} = \frac{\partial \xi_2}{\partial x}$$

Montrer que $k_2 = \mu_{12}.k_1$

2°) déduire des conditions aux limites précédentes que

$$a'_1 = -a_1 \frac{\mu_{12} - 1}{\mu_{12} + 1}$$

où a'_1 et a_1 sont respectivement les amplitudes de l'onde réfléchie et de l'onde incidente.

3°) La réflexion des ondes électromagnétiques sur les surfaces verre/air est très indésirable dans de nombreux systèmes optoélectroniques. Pour étudier sa réduction, on recouvre la surface a l'aide d'un film cristallin dont l'indice de réfraction est inférieur à celui du verre.
L'épaisseur du film doit avoir une valeur telle que, pour une longueur d'onde caractéristique et pour un angle d'incidence donné, les ondes réfléchies supposées parallèles s'annulent mutuellement par interférence. Par hypothèse, leurs amplitudes doivent être égales dans ces conditions et leur déphasage doit valoir 0 ou π.
En notant μ_v l'indice de réfraction relatif verre/air
μ_c l'indice de réfraction air/cristal

Montrer que dans ces conditions, on a $\dfrac{\mu_c - 1}{\mu_c + 1} = \dfrac{\mu_v - 1}{\mu_v + 1}$

4°) Démontrer que dans l'hypothèse d'un déphasage de π l'épaisseur e du film cristallin vérifie la relation

$$\mu_c = \sqrt{\mu_v} \qquad \text{et} \qquad 2\mu_c e = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$$

où n est un entier et λ la longueur d'onde.

Applications numériques :

a) pour μ_c=1,38 et μ_v=1,7
vérifier les résultats de 3°)
b) pour μ_c=1,51 que deviennent ces conditions.
c) Quels sont les choix possibles de l'épaisseur du film cristallin pour $\lambda = 5000\,\mathring{A}$

PROBLEME N°2 (4 points)

On considère un faisceau électronique diffracté par un cristal.

1°) Le faisceau étant monocinétique, calculer la longueur d'onde associée à un électron d'énergie E non relativiste.

2°) Calculer la longueur d'onde associée pour un électron d'énergie E=1eV ($1eV=1{,}6.10^{-19}$ joules).

3°) A quelle condition satisfait cette longueur d'onde ?

4°) Donner la loi de distribution angulaire du faisceau émergeant si la distance entre deux plans réticulaires est de 4 angströms.

5°) La longueur d'onde associée au neutron est égale à $0{,}286\sqrt{E}$ si l'énergie E du neutron est exprimée en eV. Déterminer le domaine possible d'énergies des neutrons que l'on peut utiliser dans l'étude de la structure du cristal.

PROBLEME N°3 (3 points)

On considère de l'air à la température T=298°K. On le détend d'une pression de 10 atmosphères à 1 atmosphère dans une enceinte obturée par un piston. Le volume initial de l'enceinte est de 5.10^{-3} m^3. La détente est irréversible. En envisageant différent cas de détente : isotherme, isentropique et polytropique (PV^n=Cste avec $n=\frac{1}{3}$)

1°) Calculer le volume et la température de l'air à la fin de la détente.

2°) Calculer le travail fourni.

3°) Calculer les quantités de chaleur mises en jeu dans la détente isotherme et dans la détente isentropique

PROBLEME N°4 (4 points)

En utilisant les lois de Kirchoff sur les réseaux électriques et le théorème de Norton, calculer le courant I du réseau électrique ci-après. E_1 et E_2 sont des fém sinusoïdales de même pulsation (10^5 rad s^{-1}) et d'amplitudes 2V pour E_1 et $\sqrt{2}.V$ pour E_2. E_2 est en avance de phase par rapport à E_1. Z_1 est l'impédance d'une self-induction de résistance nulle et d'induction 2mH. Les capacités ont les valeurs respectives Z_2=10nF, Z_3=5nF. La résistance Z_R=1KΩ.

PROBLEME N°5 (2 points)

Un appareil photographique à obturateur ultra-rapide prend une photographie en 10^{-5}s.

1°) Quelle est l'incertitude sur l'énergie de tout photon passant à travers le diaphragme ?

2°) Quelle est l'incertitude correspondante sur la longueur d'onde pour :

a) Un photon de 10eV.
b) Un photon de 10GeV.

PROBLEME N°6 (3 points)

On considère un pendule simple écarté de sa position au repos d'un angle inférieur à 15°. Le pendule est lâché sans impulsion.

1°) Déterminer l'équation différentielle de son mouvement en utilisant exclusivement le principe fondamental de la dynamique.

2°) Donner la solution de l'équation obtenue.

3°) Que devient l'équation différentielle pour de plus amples oscillations ?

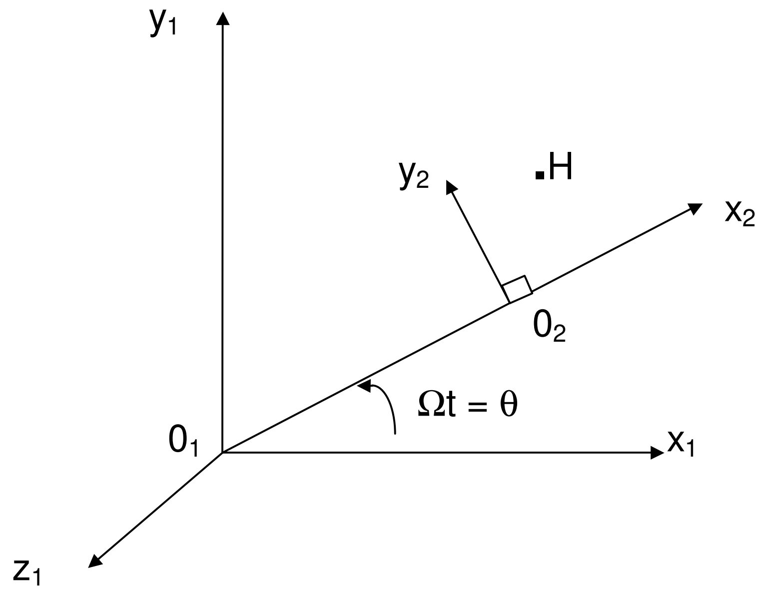
4°) Le point de suspension du pendule étant à présent supposé mobile, que devient l'équation différentielle et l'hypothèse de pendule simple ?

****

MARS 1998 II

MECANIQUE :

On veut étudier le mouvement d'un point matériel M de masse m, mobile sans frottement dans un référentiel galiléen $R_1(ox_1y_1z_1)$. Le point M est soumis à une force $F = -k\, O_2M$, k une constante et O_2 l'extrémité d'une tige en mouvement de rotation autour de l'axe O_1z_1 à la vitesse Ω constante.



Le poids du point matériel est négligé dans tout le problème. Soit H la projection
de M dans le plan $(x_2O_2y_2)$ du repère $R_2(ox_2y_2z_2)$ lié à la tige $O_1O_2=L$).
$\overrightarrow{O_1H} = (L + x_2)\vec{i_2} + y_2\,\vec{j_2}$ ($\vec{i_2}, \vec{j_2}, \vec{k_2}$ vecteurs unitaires du référentiel R_2).

1) Calculer l'accélération absolue du point H.
   En déduire l'accélération absolue de M.

2) On suppose qu'à l'instant t=0, le point O_2 est sur l'axe 0_1x_1, le point M dans le plan $(x_1O_1y_1)$ et $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$. En appliquant la relation fondamentale de la dynamique au point M, montrer qu'il peut être en équilibre par rapport à la tige O_1O_2. Préciser cette position d'équilibre en fonction de L, ω et Ω.

3) Soit O_3 le point correspondant à la position d'équilibre stable de M, la condition sur Ω étant réalisée. On considère le référentiel R_3 d'origine 0_3 et dont les axes restent toujours parallèles aux axes de R_1

a) R_3 est-il un référentiel galiléen ? pourquoi ?

b) Montrer que la résultante des forces exercées sur le point M est une force centrale.

THERMODYNAMIQUE :

I) La température de 1kg d'air croît de T_0 à $1{,}22T_0$. Calculer la variation d'entropie dans les cas suivants :

a) la transformation est isochore

b) la transformation est isobare

L'air sera assimilé à un gaz parfait : M = 29 g mol^{-1}, $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1{,}4$

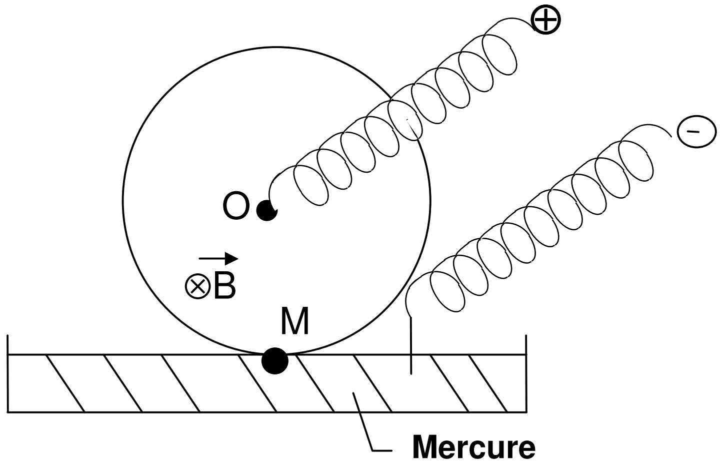
II) Une machine thermique fonctionne, en moteur, entre une source froide et une source chaude initialement aux températures T_0 = 273K et T_1 = 373K respectivement.

1) Les deux sources sont des thermostats : les températures T_1 et T_2 sont constantes. Calculer le rendement théorique maximal de la machine.

2) La source froide est un thermostat (un lac par exemple), par contre la source chaude est une réserve de 10^6 kg d'eau.
On donne $c_{eau} = 4{,}2.10^3$ J.K^{-1} kg^{-1}.
Calculer le travail théorique maximal que pourra fournir la machine.
Quel sera le rendement théorique maximal de l'ensemble de l'opération.

ELECTRICITE :

On considère une roue de Barlow schématisée ci-contre. Le rayon de la roue est R. La roue est placée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la roue.



On admettra que la roue n'est en contact avec le mercure qu'en un point M et que le courant ne traverse la roue que suivant le rayon OM.

Calculer :

1) La force de Laplace résultante.
2) Son moment par rapport à l'axe de rotation de la roue.
3) La puissance du moteur ainsi constitué lorsque la roue effectue n tours/seconde.

****

AOUT 1998 II

PROBLEME N°1 (4 points)

On considère un faisceau optique parallèle incident sur un dioptre séparant deux milieux 1 et 2. Le dioptre est parallèle au plan Oxy de vibration des vecteurs électriques et magnétiques de l'onde. On admet les conditions aux limites suivantes :

$E_{1z} = E_{2z}$; $\varepsilon_1 E_{1z} = \varepsilon_2 E_{2z}$; $E_{1y} = E_{2y}$
$H_{1z} = H_{2z}$; $\mu_1 H_{1z} = \mu_2 H_{2z}$; $H_{1y} = H_{2y}$

Avec :

Onde incidente : $E_{1y} = A_{1y} e^{i\left\{\omega_1 t - k_1\left(l_1 x + m_1 y + n_1 z\right)\right\}}$

Onde réfléchie : $E'_{1y} = A'_{1y} e^{i\left\{\omega'_1 t - k'_1\left(l'_1 x + m'_1 y + n'_1 z\right)\right\}}$

Onde réfractée : $E_{2y} = A_{2y} e^{i\left\{\omega_2 t - k_2\left(l_2 x + m_2 y + n_2 z\right)\right\}}$

1°) Montrer que pour $\omega_1 = \omega'_1 = \omega_2$

a) $k'_1 = k_2$

b) $m'_1 = m_2 = 0$

2°) On appelle θ_1 et θ'_1 les angles d'incidence et de réflexion et θ_2 l'angle de réfraction.

a) Montrer que $l'_1 = \sin\theta'_1$; $l_2 = \sin\theta_2$

Et que $\sin\theta_1 = n_{12}\sin\theta_2$

où n12 est l'indice de réfraction relatif.

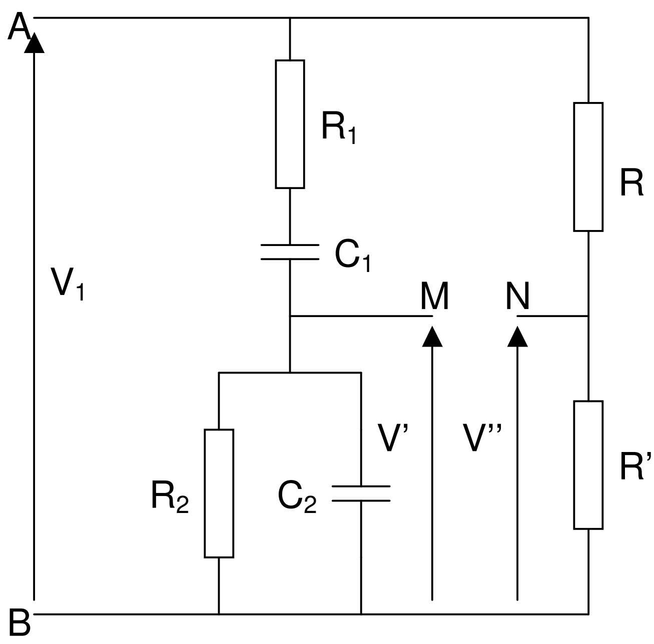
b) A partir des conditions aux limites, démontrer que :

$$A'_{1y} = -A_{1y}\,\frac{n_{12}\sin\left(\theta_1 - \theta_2\right)}{\sin\left(\theta_1 + \theta_2\right)}$$

c) Que deviennent ces relations en incidence normale ?

PROBLEME N°2 (4 points)

On considère le réseau électrique ci après, alimenté par une tension sinusoïdale V. On suppose qu'entre les points M et N, l'impédance est infinie.



1°) Calculer le rapport $\frac{V_1}{V'_2}$

où V'_2 est la tension entre les points B et M.

2°) Etablir les conditions pour que $V_{MN}=0$.

PROBLEME N°3 (4 points)

Une turbine à gaz fonctionne suivant le cycle de joule idéal comprenant :
Une compression isentropique,
Une combustion isobare ;
Une détente isentropique,
Un refroidissement isobare.

On définit le rapport de compression par $a = \frac{P_2}{P_1}$; les pressions correspondant aux phases portées en indices. Le fluide est assimilé à un gaz parfait.

1°) Exprimer le rendement du cycle en fonction des températures du gaz. Donner le rendement en fonction du rapport de compression.

2°)Dans le cycle de Joule réel, le gaz subit une compression adiabatique de P1 à P2, subit un apport de chaleur de 130 kcal par

kg de gaz à pression constante et enfin, une détente adiabatique jusqu'à la pression initiale P1=1atm. Le rapport de compression est égal à 6. Les rendements isentropiques du compresseur et de la turbine sont égaux à 0,85.
Calculer pour une température initiale de 25°C, la puissance mise en jeu dans la compression pour un débit d'air de 5 kg/s.

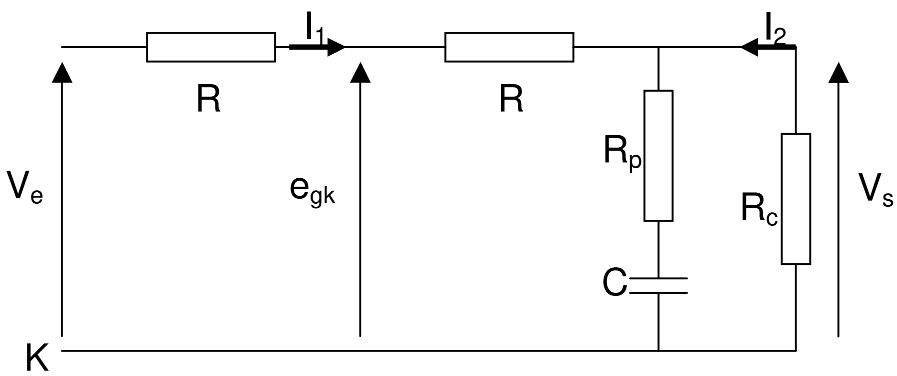
3°) Déterminer la température atteinte en fin de combustion isobare.

PROBLEME N°4 (4 points)
Un faisceau de neutrons thermiques est incident sur un cristal dont les plans réticulaires sont espacés de 1,80 angström.

1°) Selon quel angle, par rapport au faisceau incident seront orientés les plans de Bragg pour produire une diffraction important au premier ordre pour des neutrons de 0,04 eV.

2°) Quel est l'angle entre le faisceau incident et le faisceau diffracté.

PROBLEME N°5 (4 points)



1°) Calculer la tension de sortie V_s du circuit électronique équivalent à un quadripôle, non figuré, ci-dessus. On l'exprimera en fonction du courant I_2

2°) Calculer l'impédance de sortie du circuit. $Z_s = \frac{\partial V_s}{\partial I_2}$

****